

# Programme de colles n°11

semaine du 11 au 15 décembre

## Notions vues en cours

Chapitre 12 : Suites réelles

En plus du programme précédent :

- Suites récurrentes linéaires d'ordre 1 : terme général et somme des termes pour les suites arithmétiques et géométriques, terme général pour les suites arithmético-géométriques
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : détermination du terme général (cas réel et complexe)
- Intervalle stable par une fonction, point fixe d'une fonction
- Suites récurrentes définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$  : si convergence et continuité de  $f$ , la limite est un point fixe, interprétation avec un graphique
- Méthode générale pour trouver la limite d'une suite définie par  $u_{n+1} = f(u_n)$  sur un ensemble où  $f$  est croissante (*en colle, on pourra recevoir de l'aide sur les étapes qu'il faut suivre, notamment si  $f$  est décroissante, mais les arguments à utiliser pour réaliser chacune de ces étapes doivent être maîtrisés*).

Chapitre 13 : Limites, continuité

- Vu mais hors-programme : définition (légèrement modifiée) d'un voisinage d'un point  $a \in \overline{\mathbb{R}}$ , notation  $\mathcal{V}_a$  pour l'ensemble des voisinages de  $a$
- Une fonction vérifie une propriété  $\mathcal{P}$  sur  $J$  si  $f|_J$  vérifie cette propriété ; vérification d'une propriété au voisinage de  $a \in \overline{\mathbb{R}}$
- Limite d'une fonction : les 9 cas ( $a$  fini,  $+\infty$  ou  $-\infty$ , idem pour  $\ell$ ), notation  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$  /  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$  /  $\lim_a f = \ell$
- Unicité de cette limite, admettre une limite finie en  $a \in \overline{\mathbb{R}}$  implique d'être bornée au voisinage de  $a$
- Caractérisation séquentielle de la limite
- Limites et inégalités : passage à la limite, théorème d'encadrement (et sa version avec "un seul côté")
- Opérations sur les limites : somme, produit, inverse, composition. Si  $f$  est bornée et  $g$  tend vers zéro, alors  $fg$  tend vers zéro.
- Limite à gauche, limite à droite. L'existence d'une limite implique l'existence d'une limite à gauche et à droite
- Théorème de la limite monotone

## Questions de cours

*Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.*

- Définition de  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$  en termes de quantificateurs : l'examinateur demandera 3 cas parmi les 9 ( $a$  fini,  $+\infty$  ou  $-\infty$ , idem pour  $\ell$ ) Chapitre 13, Définitions 13.5 et 13.7
- Unicité de la limite : on ne démontrera que le cas d'une limite finie en un point  $a$  fini Chapitre 13, Propriété 13.8
- Caractérisation séquentielle de la limite : on ne démontrera que le sens  $(ii) \implies (i)$ , càd celui dont la conclusion est que  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ . On ne traitera que le cas où  $a$  et  $\ell$  sont finis Chapitre 13, Théorème 13.9